

11-Hőtágulás, gáztörvények

Legyen $g=10 \text{ m/s}^2$, a víz sűrűsége 1.000 kg/m^3 , a higanylé 13.600 kg/m^3 , a normál légnyomás 10^5 Pa !

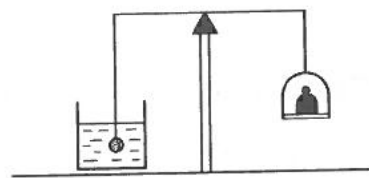
.1) Szobahőmérsékleten egyensúlyban levő mérleg egyik karján lógó cinkgolyó teljesen vízbe merül. Hogyan változik meg a mérleg egyensúlya, ha a vizet melegítjük? **(a golyó felé billen)**

A golyót tartó erő és a felhajtóerő tart egyensúlyt a nehézségi erővel.

A mérleg egyensúlya a tartóerő forgatónyomatékától függ.

A felhajtóerő változik a golyó térfogatának növekedése és a víz sűrűségének csökkenése miatt.

A golyótérfogat változása $(1+3\alpha_{\text{cink}}\Delta t)$ -szeres, a sűrűségváltozás $1/(1+\beta_{\text{víz}}\Delta t)$ -szeres. Adatok a táblázatban.



.2) A folyadék hőtágulási együtthatóját úgy határozták meg, hogy egy 400 cm^3 -es lombikot megtöltöttek vele, majd 50°C -kal felmelegítették. Ezalatt annyi folyadék folyt ki, ami 50°C -os állapotban 2 cm^3 .

Mekkora a folyadék hőtágulási együtthatója, ha az üveg lineáris hőtágulási együtthatója $8 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$?

$(1,24 \cdot 10^{-4} \text{ }^\circ\text{C}^{-1})$

A kifolyt térfogat a folyadék és edény térfogatnövekedésének különbsége. Ebből $\beta-3\alpha$ számolható.

.3) Egy műszer helyes működésének feltétele, hogy a benne lévő vas- és rézhuzal közötti *hosszúságkülönbség minden hőmérsékleten* 5 cm legyen. Mekkora a huzalok hossza $0 \text{ }^\circ\text{C}$ -on? $\alpha_{\text{Fe}}=1,2 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$; $\alpha_{\text{Cu}} = 1,8 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$.

$(15 \text{ cm}; 10 \text{ cm})$

A két fémnek ugyanannyit kell tágulnia *minden* hőmérsékletváltozás esetén, így a kezdeti hossz és a hőtágulási együttható szorzata állandó.

Tehát *a kezdeti hosszak* fordítottan arányosak a hőtágulási együtthatókkal. Különbségük pedig 5 cm .

.4) Egy rézgyűrű átmérője $10 \text{ }^\circ\text{C}$ hőmérsékleten $0,1800 \text{ m}$, egy vasgömb átmérője $10 \text{ }^\circ\text{C}$ -on $0,1805 \text{ m}$. Milyen hőmérsékleten kell melegíteni *mindkét testet*, hogy a gömb éppen átférjen a gyűrűn? $\alpha_{\text{Fe}} = 1,20 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$, $\alpha_{\text{Cu}} = 1,80 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$. **$(476 \text{ }^\circ\text{C})$**

Az új átmérők lesznek egyenlők, amik a régieknek $(1+\alpha\Delta t)$ -szereseik.

.5) Az óra ingája kisméretű teherből és könnyű sárgaréz huzalból van. Az óra 0°C hőmérsékleten pontosan jár, de 20°C -on naponta 16 s -ot késik. Mennyi a sárgaréz lineáris hőtágulási együtthatója? (Az ingaóra lengésideje egyenesen arányos a huzal hosszának négyzetgyökével.) **$(1,852 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1})$**

Az ingaóra egy adott időtartam alatt a saját lengéseinek darabszámát „számolja” meg, ezzel „mérve” az időtartamot és vele arányosan léptetve előre a mutatóit.

Így a mért időtartamok $\frac{24 \cdot 3600}{24 \cdot 3600 - 16}$ -os aránya megegyezik a lengésidek fordított arányával: $\frac{T_{20}}{T_0}$.

Ez pedig a két hosszúság gyökének arányával egyenlő.

Ebből számolható α .

.6) 30 cm hosszú vas- és rézlemez összeszegecselünk úgy, hogy 0°C -on 4 mm távolságban legyenek egymástól (bimetall-lemez). $\alpha_{\text{Fe}} = 1,1 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$, $\alpha_{\text{Cu}} = 1,7 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$.

Mekkora sugarú körívben hajlik meg a lemezpár 100°C -os hőmérsékleten? **$(6,674 \text{ m}; 6,678 \text{ m})$**

Eltekinthetünk a rövid szegecsek hosszának változásától. Legyen R a körív (belső) sugara, ϕ a középponti szöge radiánban. Egyenletrendszer adódik:

A jobban táguló réz új hossza $l_0(1 + \alpha_{\text{réz}}\Delta t) = (R+d)\phi$, a vasé pedig $l_0(1 + \alpha_{\text{vas}}\Delta t) = R\phi$.

.7) Egy lombikban 0°C -on, $0,680\text{ kg}$, 100°C -on $0,670\text{ kg}$ higany fér el. Mekkora az üveg lineáris hőtágulási együtthatója, ha $1,80 \cdot 10^{-4} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ a higany térfogati hőtágulási együtthatója? (**$1,01 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$**)

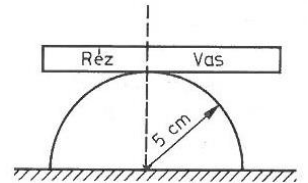
A tömeg a térfogat és a sűrűség változása miatt változik meg:

$0,680\text{ kg} = V_0 \cdot \rho_{0,\text{hg}}$ és $0,670\text{ kg} = V_0(1 + 3\alpha\Delta t) \cdot \rho_{0,\text{hg}} / (1 + \beta\Delta t)$. Vegyük a hányadosukat!

.8) 1 cm^2 keresztmetszetű réz- és vasrudat egyik végén összeragasztanak, és az ábra szerint alátámasztva egyensúlyban van. A rézrúd hossza $0,3\text{ m}$ és a ragasztás éppen a félhenger tengelye fölött van. $p_{\text{Cu}} = 8,6 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$, $p_{\text{Fe}} = 7,8 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$.

a) Egyensúly esetén milyen hosszú a vasrúd? (**$0,315\text{ m}$**)

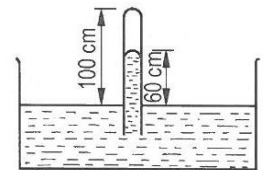
b) Hőmérséklet-emelkedés esetén mi történik? (**a réz felé billen le**)



a) A két oldali forgatónyomatékok egyenlőek. Ámde az $l^2\rho$ -val arányos.

b) A nehézségi erők ugyanazok maradnak mindkét oldalon, az erőkarok változását kell vizsgálni, tehát a hosszúságok arányának változása dönt.

.9) 100 cm hosszú Torricelli-csőben 60 cm magasan áll a higany, mert a higany fölé levegő jutott. A csövet ezután megdöntjük. Mely helyzetben lesz a levegővel telt rész 20 cm hosszú, ha a külső levegő nyomása 10^5 Pa ? (**$54,5^\circ$ a függőlegeshez**)



Háromismeretlenes egyenletrendszer (p_1 és p_2 a két gáznyomás, ϕ a megdöntés szöge):

A függőleges helyzetben a nyomások: $p_1 + 0,6m \cdot \rho g = p_0$,

a megdöntött helyzetben a nyomások: $p_2 + 0,8m \cdot \rho g \cos\phi = p_0$, illetve...

a gáz állapotváltozása izotermikus: $p_1 \cdot 0,4m \cdot A = p_2 \cdot 0,2m \cdot A$

.10) Egy $1,5\text{ cm}^2$ alapterületű 100 cm hosszú Torricelli-csőben 40 cm magasan áll a higany. A külső levegőnyomás 10^5 Pa , a hőmérséklet a csövön kívül és belül egyaránt 0°C , a levegő sűrűsége normál állapotban $1,3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$. Hány gramm levegő jutott be a higany fölé? (**$53,4\text{ mg}$**)

A gáz nyomása számolható a higanymagasságból (45.600 Pa).

Állandó hőmérséklet mellett a nyomás a sűrűséggel arányos ($p = \rho/M \cdot RT$), így a fenti nyomáshoz a sűrűség meghatározható ($0,5928\text{ kg/m}^3$).

Ebből a térfogattal adódik a tömeg.

.11) Higanyval teli edénybe mindkét végén nyitott üvegcsövet süllyesztünk úgy, hogy a cső 60 cm hosszú része kint legyen a higanyból. Ezután a cső felső részét lezárjuk és még 30 cm -rel beljebb nyomjuk a higanyba. Milyen hosszú ekkor a csőben levő levegőoszlop, ha a külső levegőnyomás 10^5 Pa ? (**$48,1\text{ cm}$**)

A második állapotban a p nyomás és a csőbeli higany szint x süllyedése közötti kapcsolat: $p = p_0 + x\rho g$

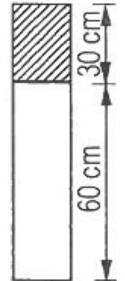
Izotermikus állapotváltozás miatt $p_0 \cdot 0,6m = p(0,3m + x)$.

Az egyenletrendszer x -re másodfokú lesz!

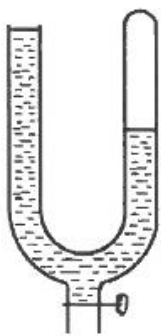
.12) Nyitott, 1 m hosszú üvegcsövet félig higanyba nyomunk. Ezután a cső szabad végét az ujjunkkal befogjuk és kiemeljük a higanyból. Milyen hosszú higanyoszlop marad a csőben, ha a külső levegőnyomás 10^5 Pa.
(24,7 cm)

A második állapotban a p nyomás és a bent maradt higany x hossza közötti kapcsolat: $p_0 = p + x\rho g$
Izotermikus állapotváltozás miatt $p_0 \cdot 0,5m = p(1m - x)$. Másodfokú egyenletrendszer.

.13) Az alsó végén beforrasztott, függőleges üvegcsőben a levegőt az ábra szerint higany zárja el. A csövet óvatosan megfordítjuk úgy, hogy a nyitott vége legyen alul. Eközben a higany egy része kifolyik. Milyen hosszú a csőben maradó higanyoszlop, ha a külső légnyomás 10^5 Pa? (2,52 cm)



Vizsgáljuk a nyomásokat kezdetben és a végén, továbbá a gáz állapotváltozása izotermikus.
(p_1 , p_2 , x egyenletrendszer.)



.14) Az 1 cm^2 keresztmetszetű, azonos szárhosszúságú U alakú cső egyik vége nyitott, a másik vége zárt. A cső zárt végében 20 cm^3 0°C hőmérsékletű gázt a külső levegőtől higany választ el. A higany a nyitott csőszárat teljesen megtölti. A külső légnyomás 10^5 Pa, a higany hőtágulása elhanyagolható.

.a) Mekkora a bezárt gáz nyomása? ($1,27 \cdot 10^5$ Pa)

.b) A csapon át annyi higanyt engedünk ki, hogy a két csőben a higanyszintek különbsége eltűnjön. Mekkora ekkor a bezárt gáz térfogata, ha folyamat *lassú*? ($25,4 \text{ cm}^3$)

.c) Mennyi a kieresztett higany mennyiség térfogata? ($30,8 \text{ cm}^3$)

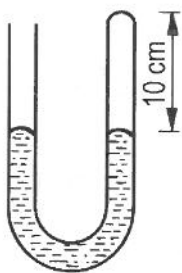
.d) Ezután mennyivel emeljük a rendszer hőmérsékletét, hogy a nyitott szárban 4 cm-rel magasabban legyen a higanyfelszín, mint a másik szárban? ($40,4^\circ \text{C}$)

.a) A jobb oldali higanyszinttel egymagasságban célszerű vizsgálni a nyomásokat.

.b) A bezárt gáz tágulása izotermikus, a nyomása pedig p_0 lesz.

.c) Mennyi a hiányzó higanyoszlop hossza?

.d) Általános gáztörvény ($pV/T = \text{állandó}$) segítségével hasonlítsuk össze a 3. állapotot az 1. vagy 2. állapottal.



.15) Egy állandó keresztmetszetű U alakú cső egyik szára nyitott, a másik zárt. A benne lévő higany felszíne a két szárban azonos magasságban van. Ekkor a zárt szárban a higanyoszlop feletti levegőoszlop 10 cm magas. A külső levegőnyomás 10^5 Pa. Hányszorosára nő a levegő térfogata, ha lassan annyi levegőt viszünk állandó hőmérsékleten a higanyszint feletti térrészbe, hogy a levegő tömege éppen megkétszereződik? (1,69)

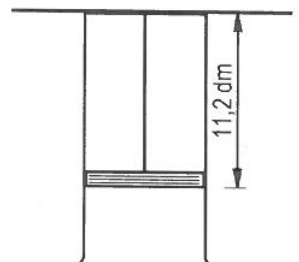
A kétszeres levegőmennyiség miatt $2p_1l_1 = p_2l_2$. (lassú, izoterm folyamat)

A higanyszintek különbsége határozza meg p_1 és p_2 különbségét: $p_2 - p_1 = 2(l_2 - l_1)\rho g$.

Ismeretlenek p_2 és l_2 . Másodfokú egyenlet adódik.

.16) Egyik végén zárt, és nyitott végével lefelé fordított, 2 dm^2 alapterületű henger 60 kg -os tömegű dugattyúja a henger zárt végéhez elhanyagolható tömegű fonállal csatlakozik $11,2 \text{ dm}$ mélységben. A hengerben *normál állapotú* levegő van, sűrűsége $1,3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, fajhője állandó térfogaton $712 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ \text{C}}$.

.a) Mennyivel csökken a dugattyú helyzeti energiája, ha elvágjuk a fonalat és *elegendően sokat* várunk? (288 J)



.b) A hőmérsékletet annyira lecsökkentjük, miközben a külső nyomás változatlanul $10 \frac{N}{cm^2}$ marad, hogy a dugattyú visszatér eredeti helyzetébe. Mennyivel változik a bezárt gáz hőmérséklete és belső energiája, ha ismét megvárjuk míg beáll az egyensúly? **(-81,9 K; -1700 J avagy -1715 J)**

.a) A levegő térfogata majd tömege számolható, mert éppen normál állapotban van. (22,4 liter, 29,12 gramm)
A gáz új nyomása a dugattyú tömegéből számolható. (70 kPa)

A gáz *izotermikus* állapotváltozást szenved, mert van ideje újra felvenni a környezet hőmérsékletét. (32 liter lesz a végállapot)

.b) A bezárt gáz nyomása állandó marad. Gay-Lussac-törvénye adja az új hőmérsékletet.

$\Delta E_b = c_v m \Delta T = -1700 \text{ J}$ a megadott fajhővel számolva.

Ha a gázt *teljesen ideálisnak* tekintenénk, akkor $\Delta E_b = \frac{f}{2} n R \Delta T = \frac{f}{2} \Delta(pV) = \frac{f}{2} p \Delta V = -1715 \text{ J}$ lenne!

.17) Nyugalomban lévő, függőleges, mindkét végén zárt csőben levő levegőt 5 cm hosszú higanyoszlop két részre oszt. Az alsó rész 30 cm, a felső 60 cm hosszú.

.a) Merre mozdul el a higany a csőben, ha a cső szabadon esik? **(felfelé)**

.b) Esés közben a higany új egyensúlyi helyzetet foglal el. Ez 20 cm-re van a régitől. Tételezzük fel, hogy a hőmérséklet esés közben is az eredetivel egyenlő marad. Mekkora volt a nyomás a két térben az esés előtt, és mekkorák a nyomások esés közben? **(4533 Pa; 11333 Pa; 6800 Pa)**

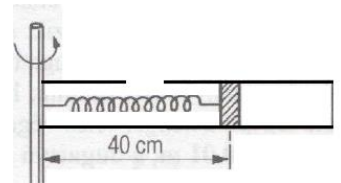
.c) Valójában az esés folyamata *gyors*, ezért a gázok *adiabatikus* állapotváltozást szenvednek. Eközben $pV^\kappa = \text{áll}$ marad, ahol $\kappa = (f+2)/f = 1,4$ levegő esetén. Számoljuk ki így is a kezdeti és a végső nyomásokat, illetve hány százalékkal változik meg a gázok hőmérséklete az esés alatt? **(2609 Pa; 9409 Pa; 4602 Pa; +17,6%; -18,5%)**

.a) Kezdetben a felső p_1 nyomás és a higanyoszlop hidrosztatikai nyomása (6800 Pa) együtt adja ki az alsó p_2 nyomást, így ez utóbbi nagyobb. Szabadeséskor *megszűnik a* hidrosztatikai nyomás, a két gáztér nyomása azonos.

.b) 3 egyenlet, p_1 , p_2 , p ismeretlenekre: két izotermikus állapotváltozást leíró egyenlet és $p_1 + 6800 \text{ Pa} = p_2$.

.c) Ugyanúgy három egyenlet, csak az izotermikus egyenletek helyett az adiabatikus folyamatok egyenleteit kell használni.

.18) Függőleges tengely körül, az ábrán látható módon, egy $0,5 \text{ dm}^2$ belső keresztmetszetű henger foroghat. A hengerben súrlódásmentesen mozoghat a 4 kg tömegű dugattyú, amelynek tömegközéppontja nyugalmi állapotban 40 cm távolságban van a forgástengelytől. A jól záró dugattyú a forgás megkezdése előtt 2 dm^3 térfogatú, 10^5 Pa nyomású gázt zár be a hengerbe. A dugattyút kezdetben a



tengellyel feszítetlen $1000 \frac{N}{m}$ rugóállandójú rugó köti össze. A dugattyú tengely felőli oldalán a külső levegő

nyomása is 10^5 Pa . A hengert a függőleges tengely körül lassan felpörgetjük, majd $40 \frac{1}{s}$ állandó szögsebességű forgásban tartjuk. A gáz hőmérséklete nem változik.

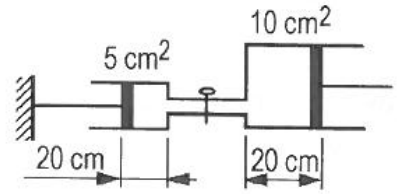
.a) Mekkora a rugó megnyúlása? **(36,0 cm)**

.b) Mekkora a hengerbe zárt levegő nyomása? **(10^6 Pa)**

A dugattyúra előírt eredő (centripetális) erőt a rugó ereje, a balról és jobbról ható nyomóerők biztosítják.

A jobb oldali nyomás értéke az izotermikus állapotváltozás alapján fejezhető ki a rugó x megnyúlásával. x -re másodfokú egyenlet adódik.

.19) Két, 5 cm^2 és 10 cm^2 alapterületű, nem hőszigetelt hengert vékony cső köt össze, amelyet csappal lehet elzárni. A hengerek az asztalon fekszenek. Mindegyik hengerben 20 cm hosszúságban $10 \frac{\text{N}}{\text{cm}^2}$ nyomású levegő van. Ennyi a külső levegő nyomása is. A bal oldali dugattyút fonál köti a falhoz. Elzárt csap mellett a jobb oldali dugattyút lassan addig húzzuk ki, amíg a jobb oldali hengerben a levegőoszlop hossza 25 cm lesz. Mekkora most a bal oldali hengerben a levegőoszlop hossza? **(33,3 cm)**



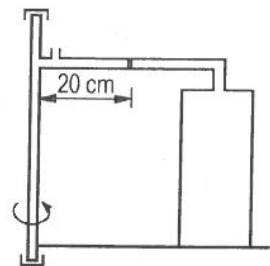
A jobb gáz izotermikus állapotváltozású, az új nyomása számolható.

A két gáz hengerei az összekötő csővel (de a dugattyúk nélkül) egyetlen nyugalomban lévő merev testet alkotnak, így a rá ható erők összege **0**. (nem csak 2 db erő hat rá!)

A bal gáz nyomása az általa kifejtet erőből számítható.

A bal gáz is izotermikusan változott.

.20) Egy tartályt az ábrán látható módon függőleges tengelyű forgóasztalra rögzítettünk. A tartály szájnílása vízszintes csőhöz csatlakozik. A cső sugárirányú 10 cm^2 keresztmetszetű, a tengelynél levő vége nyitott. A csőben a tengelytől 20 cm -re $0,5 \text{ kg}$ tömegű, súrlódásmentesen elmozduló dugattyú van. A dugattyú 40 liter , 0°C -os, a külső levegő nyomásával azonos, 10^5 Pa nyomású, $1,25 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ sűrűségű nitrogéngázt zár a tartályba.



.a) A forgóasztalt $1,59 \frac{1}{s}$ fordulatszámú forgásba hozzuk. Hány fokra kell a gáz hőmérsékletét eközben növelni ahhoz, hogy a dugattyú 20 cm távolságban maradjon a tengelytől? **(26,9 °C)**

.b) Mennyi hőt kellett a gázzal közölni, ha fajlagos hőkapacitása állandó térfogaton $741 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$? **(997 J)**

.a) A forgatás közben a dugattyúra a tengely irányába mutató eredő (centripetális) erő szükséges ($9,98 \text{ N}$), mely a megnövekedett hőmérsékletű gáz megnövekedett nyomásából adódik (9980 Pa).

Gay-Lussac törvény adja az új hőmérsékletet ($269,4 \text{ K}$)

.b) $Q_V = c_V m \Delta T$, amiben a tömeg a sűrűségből számolható (50 g).

.21) Függőleges tengelyű, felül nyitott hengerben súrlódásmentesen mozgatható, jól záró 10 kg tömegű dugattyú alatt ideális gáz van. A henger alapterülete 50 cm^2 . Az edényt $8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ gyorsulással függőlegesen mozgatva a gáz-oszlop hossza a dugattyú alatt 31% -kal csökken, miközben a gáz Kelvinben mért hőmérséklete 20% -kal nő.

.a) Hány százalékkal változik közben a gáz nyomása? **(73,9 %)**

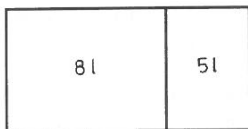
.b) Mekkora a külső nyomás? **(1650 Pa)**

.c) Lehetett-e a gáz állapotváltozása tisztán adiabatikus? **(nem)**

.a) Általános gáztörvényből ($pV/T = \text{áll.}$) megkapható a kezdeti és végső nyomás aránya.

.b) A dinamika alapegyenletét alkalmazzuk előbb a kezdeti nyugvó, majd a (felfelé!) gyorsuló dugattyúra. Az egyenletrendszerből a külső és a kezdeti nyomás adódik.

.c) A $pV^\kappa = \text{áll.}$ egyenlet teljesülését kell ellenőrizni a lehetséges $\kappa = (f+2)/f$ értékek esetén ($f=3,5$ vagy 6).



.22) Henger alakú zárt edényben sűrűdésmentesen, jól záró, vékony dugattyú áll. Kiinduláskor a dugattyú bal oldalán 8 liter normál állapotú, jobb oldalán 5 liter normál állapotú gáz van bezárva. A jobb oldali teret 100 °C-ra melegítjük, miközben a dugattyútól balra levő részt továbbra is 0°C-on tartjuk. A henger fala és a dugattyú hőszigetelőnek tekinthető.

.a) Mekkora lesz az egyik, ill. a másik oldalon a nyomás, ha a dugattyút a melegítés közben nem engedjük elmozdulni? (**10^5 Pa; $1,37 \cdot 10^5$ Pa**)

.b) Mekkora lesz a bal, ill. jobb oldali részben a gáz térfogata és nyomása, ha a dugattyú a melegítés folyamán elmozdulhat? (**5,99 liter; 7,01 liter; $1,14 \cdot 10^5$ Pa**)

.a) Nézzük, mi állandó a bal oldalon (V, T), és mi a jobb oldalon (V).

.b) A nyomás közös lesz a sűrűdésmentes szabad dugattyú miatt. A közös nyomással kifejezhető mindkét végső térfogat. Ezek összege pedig 13 liter.

.23) Vízszintesen elhelyezett, mindkét végén lezárt, egyenletes keresztmetszetű 1 m hosszú üvegcsőben bal oldalt 20 cm, jobb oldalt 50 cm hosszú 0 °C-os levegőoszlop van. A két levegőmennyiséget higany választja el egymástól.

Mennyivel kell a bal oldali levegőmennyiség hőmérsékletét növelni – miközben a jobb oldali 0 °C marad –, hogy a higany középre tolódjék? (**410 K**)

A nyomás a folyamat során megegyezik a két oldalon.

A jobb oldalon izoterm az állapotváltozás, ebből jön a végső közös nyomás.

Ezzel a bal oldalon kiszámolható az új hőmérséklet.

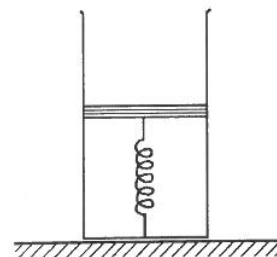
.24) Egy függőleges hengerben 50 dm³, 0 °C hőmérsékletű He gázt 4 dm² keresztmetszetű, 50 kg tömegű dugattyú zár le. A külső levegő nyomása 10⁵ Pa. A dugattyú és a henger alját egy 2000 $\frac{N}{m}$ rugóállandójú rugó köti össze; a rugó megnyúlása ebben az állapotban zérus.

.a) Mennyivel kell a gáz hőmérsékletét növelni ahhoz, hogy a dugattyú 40 cm-t emelkedjen? (**152 K**)

.b) Mennyivel növekedett a gáz belső energiája, ha a He fajhőjét állandó térfogaton 3160 $\frac{J}{kg \cdot K}$, sűrűségét normál állapotban 0,1786 $\frac{kg}{m^3}$ -nak vesszük? (**4,81 kJ**)

.c) Mennyivel lenne a belső energia növekedése, ha a héliumot teljesen ideális gáznak tekintjük (és nem használjuk a fent megadott anyagi állandókat)? (**4,68 kJ**)

.d) Milyen görbe ábrázolná a folyamatot a p-V diagrammon? (**egyenes szakasz**)



.a) Kezdetben kiszámolható a dugattyú magassága, majd a nyomás (a dugattyú egyensúlyából), végül a gáz sűrűsége ezen a nyomáson ($p = \frac{\rho}{M} RT$), végül a tömege 12,5 dm; 112 500 Pa, 0,2009 kg/m³.

A tágulási szakasz végén a dugattyú egyensúlyából adódik a nyomás: 132 500 Pa, majd az általános gáztörvényből a hőmérséklet.

.b) $\Delta E_b = c_v m \Delta T$.

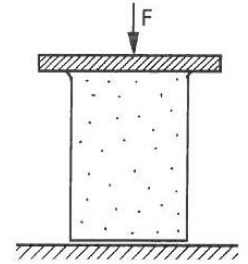
.c) $\Delta E_b = \frac{3}{2} n R \Delta T = \frac{3}{2} \Delta(pV)$.

.d) A dugattyú mindenkor egyensúlyát kifejező erő-egyenlet alapján a gáz mindenkor nyomása a rugó megnyúlásának lineáris függvénye. A rugó megnyúlása pedig a mindenkor térfogatnak lineáris függvénye. Így a nyomás is a térfogat lineáris függvénye lesz.

.25) Egy $44,8 \text{ dm}^3$ térfogatú és $1,12 \text{ m}$ magas hengerben 0°C hőmérsékletű oxigén van. A 200 kg tömegű fedőt egy külső szerkezet $F = 18000 \text{ N}$ erővel szorítja a hengerhez. Ha a bezárt oxigént 273°C -re melegítjük fel, akkor az oxigén éppen megemeli a fedőt. A külső nyomás 10^5 Pa , az oxigén sűrűsége normál állapotban $1,43 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$.

.a) Hány gramm oxigén volt a hengerben? **(189 g)**

.b) Mekkora volt a gáz nyomása a melegítés előtt? **($3,00 \cdot 10^5 \text{ Pa}$)**



.a) A dugattyú megemelkedéskori egyensúlyából adódik a nyomás a megemelkedéskor.

.b) Izochor állapotváltozás.

.26) A henger tömege 160 g , alapterülete 5 cm^2 , benne kevés gázt találhatók. Kezdetben a henger alja a vízszint alatt $H=10 \text{ m}$ -rel van, a gázoszlop kezdeti magassága $h=20 \text{ cm}$. A henger magassága elég nagy ahhoz, hogy a dugattyú ne csússzon ki belőle. A súlytalan dugattyút a hozzá csatlakozó súlytalan, merev pálcával *lassan* felfelé kezdjük húzni.

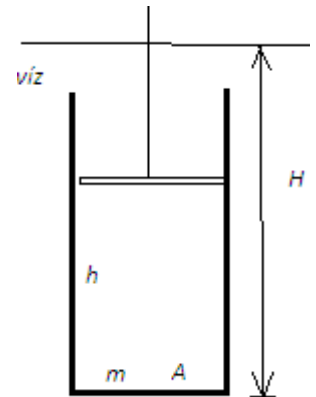
.a) Milyen mélyen van a henger alja, amikor a pálca nem fejt ki erőt? **(2,62 m)**

.b) Adjuk meg a folyamat során H függvényeként a gázoszlop magasságát, a pálca által kifejtett erőt és a hengerbeli gáznyomást.

$$\left(h = \frac{3,936 \text{ m}^2}{H+9,68 \text{ m}}; p = 10^4 \text{ Pa}(H + 9,68 \text{ m}); K = 1,6 \text{ N} \cdot \frac{H-2,62 \text{ m}}{H+9,68 \text{ m}} \right)$$

.c) Ellenőrizzük a fentieket: Mekkora a gázoszlop hossza, a pálca által kifejtett erő és a gáznyomás kezdetben? **(0,2 m; 0,6 N; $1,968 \cdot 10^5 \text{ Pa}$)**

.d) Mekkora lesz a gázoszlop magassága, a pálca által kifejtett erő és a gáznyomás, amikor a dugattyú eléri a vízfelszín szintjét? **(39,1 cm; - 0,354 N lefelé; $1,01 \cdot 10^5 \text{ Pa}$)**



.a) Ekkor a henger „lebeg”, átlagűrűsége megegyezik a vízével. Ebből adódik a $h=0,32 \text{ m}$ értéke.

A kezdeti gáznyomás a henger kezdeti egyensúlyából adódik. ($1,968 \cdot 10^5 \text{ Pa}$)

A gáz izotermikusan tágult. Az új gáznyomás $1,23 \cdot 10^5 \text{ Pa}$.

A henger új egyensúlyából adódik a H magasság.

.b) Három ismeretlenünk van: h a gázoszlop hossza, p a gáz nyomása és K a pálca kényszerereje.

Három egyenletet használunk fel:

A henger egyensúlya miatt: $p = p_0 + H\rho g - mg/A$,

a dugattyú egyensúlya miatt: $K + pA = p_0A + (H - h)\rho g$, (K felfelé pozitív)

a gáz állapotváltozása izoterm: $ph = p_{\text{kezdeti}}h_{\text{kezdeti}}$

.c) $H= 10 \text{ m}$.

.d) $H=h$ teljesül most.

.27) „Cartesius-búvár”: Egy $l=12\text{ cm}$ hosszú, állandó keresztmetszetű, $d=1,8\text{ cm}$ átmérőjű, elhanyagolható falvastagságú kémcső, alul gyűrű alakú, kicsiny, elhanyagolható térfogatú fémnehezékekkel ellátva. Összesen $m=10\text{ g}$ tömegű, lefelé fordított, lapos végű.

Az ábrán látható módon $y=0,6\text{ cm}$ függőleges kilógással úszik a vízben. A külső légnyomás, illetve kezdetben a merev falú tartályban a kémcsővön kívüli levegő nyomása egyaránt $p_0=100\text{ kPa}$.

Tekintsünk el a felületi feszültség hatásától, a vízgőz jelenlététől, illetve a hőmérséklet változásától.

a) Határozzuk meg a kémcsőbe bezárt levegőoszlop kezdeti hosszát! **(3,93 cm)**

Ha a tartály tetején levő gumimembrán megnyomásával megnöveljük a nyomást, a kémcső lefelé mozdul.

b) Mekkora minimális túlnyomást kell a membránnal létrehozni a tartályban, hogy a „búvárt” teljesen ellepje a víz? **(15,33 kPa)**

A kritikusnál nagyobb túlnyomást alkalmazva a búvár lefelé indul. Közben ügyesen változtatva a túlnyomást, elérhető, hogy a búvár megálljon egy bizonyos mélységben, sőt a túlnyomás ügyes változtatásával fel-le mozgatható.

c) Vajon hogyan kell „búvészkedni” a túlnyomással, hogy a búvár teteje a vízszint alatti 50 cm mélységben megálljon, avagy ott kis kitérésű fel-le mozgást végezzen? **(10,33 kPa)**

d) Legalább mekkora legyen a vízoszlop magassága, hogy a fenti gáztérben létrehozott 20 kPa túlnyomás esetén, majd annak megszüntetése után a búvár már *ne tudjon visszatérni* a tartály aljáról a felszínre. **(1,653 m)**

e) A búvárt a palack aljára vittük, de a membrán elengedése után *sem jön fel*. Mit tehetünk, hogy mégis feljöjjön? **(membránt fel!)**

f) A membránt eltávolítjuk, és a kémcsövet a tetejére kifejtett erővel addig nyomjuk lefelé, amíg a kémcsövet elengedve ott nem marad lebegve. Milyen mélységben van ekkor a kémcső teteje? **(1,533 m)**

a) A kémcső egyensúlya miatt $p_0 A + mg = pA$.

Ha a kémcsőbeli vízfelszín x mélységben van a palackbeli vízfelszín alatt, akkor ilyen mélységben a kinti és benti nyomás azonos: $p_0 + x\rho g = p$.

A kettő összehasonlításából $x = \frac{m}{\rho A}$ adódik, mely nem függ a folyadék feletti p_0 nyomástól(!) és a kémcsőben a nyomás $p_1 = 1.004 \cdot 10^5\text{ Pa}$.

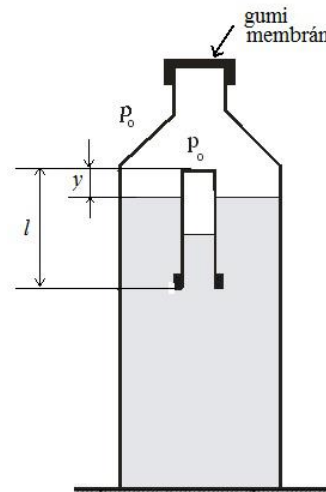
b) Az előző egyenletek módosulnak: $(p_0 + \Delta p) + mg/A = p_2$, és $(p_0 + \Delta p) + x'\rho g = p_2$. Ismét $x' = \frac{m}{\rho A}$ adódik.

A gáz izotermikus folyamata miatt az új nyomás: $p_2 = 1.157 \cdot 10^5\text{ Pa}$, amiből a palackbeli nyomástöbblet: $\Delta p = 15,33\text{ kPa}$.

[Hiába nő a felső gáznyomás, x nem változik! Nem meglepő, ugyanis az állandó mg -vel az x mélységű bemerülő részre ható felhajtóerő tart egyensúlyt]

c) Ha a Δp túlnyomás a $15,33\text{ kPa}$ -t meghaladja a nyomás, akkor nő a nyomás az előbbi x mélységben, így több víz áramlik a kémcsőbe, eközben az izotermikus változás miatt a gáztér fogat lecsökken, ettől a rendszer átlagsűrűsége a víz sűrűségét meghaladja, süllyedni kezd.

Elmerülés után a kémcső teteje feletti nyomás azonban nem csak Δp -vel nő, hanem a felette lévő vízoszlop $h\rho g$ hidrosztatikai nyomásával is, így a lefelé haladó cső teteje egyre nagyobb túlnyomást „érzékel”.



Ha ez a $\Delta p + h\rho g$ összeg a 15,33 kPa-t meghaladja, lefelé megy a cső. Ha közben lecsökkentjük Δp értékét úgy, hogy az összeg visszacsökken 15,33 kPa alá, akkor visszajön.

0,5 méteres mélységben a kívülről alkalmazott palackbeli túlnyomásnak tehát $\Delta p = 15,33 \text{ kPa} - 5 \text{ kPa}$ -nak kell lennie, illetve e körül ingadoznia

.d) A megszüntetett túlnyomást követően megmaradó $h\rho g$ nyomásnak meg kell haladnia a 15,33 kPa-t. Ezen kívül még a kémcsőnek is el kell férnie a palackban.

.e) Legyen Δp negatív, hogy $\Delta p + h\rho g < 15,33 \text{ kPa}$ legyen! Csípjünk bele a membránba, és húzzuk felfelé!

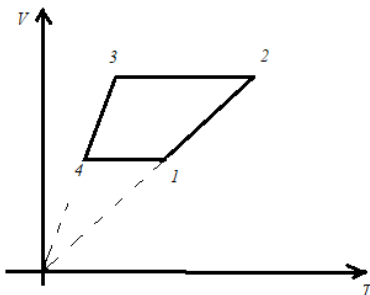
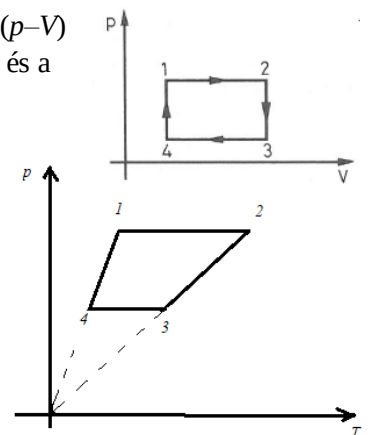
.f) Lebegéshez a vízzel egyenlő átlagsűrűsége kell, amihez szükséges mélység jár nem függ attól, hogy a ccső hogyan került oda.

.28) Az ábrán ideális gáz állapotváltozásának diagramja látható a nyomás – térfogat (p – V) állapotsíkon. Rajzoljuk meg ugyanezt a körfolyamatot a nyomás – hőmérséklet (p – T) és a térfogat – hőmérséklet (V – T) állapotsíkon, megjelölve a megfelelő pontokat!

A p – T diagrammon: A $p = \text{áll.}$ szakaszok (1-2 és 3-4) a T tengellyel párhuzamos szakaszok lesznek, „felül” (nagyobb nyomás) lesz az 1-2 szakasz.

A $V = \text{áll.}$ szakaszok Gay-Lussac szerint ($p/T = \text{áll.} = nR/V$) origón átmenő egyenesekre illeszkednek, a nagyobb meredekségű szakasz a kisebb térfogathoz tartozó 4-1 folyamat lesz.

Tehát egy negatív körülfarású trapéz adódik.



A V – T diagrammon: A $V = \text{áll.}$ szakaszok (2-3 és 4-1) a T tengellyel párhuzamos szakaszok lesznek, „felül” (nagyobb térfogat) lesz az 2-3 szakasz.

A $p = \text{áll.}$ szakaszok (1-2 és 3-4) Gay-Lussac szerint ($V/T = \text{áll.} = nR/p$) origón átmenő egyenesekre illeszkednek, a nagyobb meredekségű szakasz a kisebb nyomáshoz tartozó 3-4 folyamat lesz.

Tehát egy pozitív körülfarású trapéz adódik.

.29) Egy útszakasz hosszát 20 °C hőmérsékleten megmérve 112,5 méternek találjuk. Mekkora a mérés abszolút és relatív hibája, ha az acél mérőszalagot 0 °C hőmérsékleten hitelesítették. Az acél lineáris hőtágulási együtthatója $1,1 \cdot 10^{-5} \text{ 1/}^\circ\text{C}$. (**2,5 cm; 0,022%**)

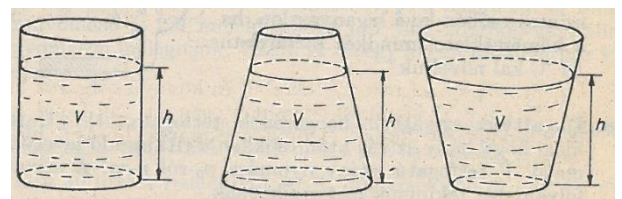
A mérőszalagon 1 méternek jelölt szakasz 0°C-on mutatja a valódi értéket. A hőtágulás miatt 20°C-on ez a szakasz már $(1 + \alpha \Delta t) = 1,00022 \text{ m}$ lesz, de még mindig az van ráírva, hogy „1 m”.

Tehát az útszakasz *kevesebbnek* a valódi hosszánál: valódi 1 méterét csak $1/1,00022 = 0,999 \text{ m}$ -nek mérik.

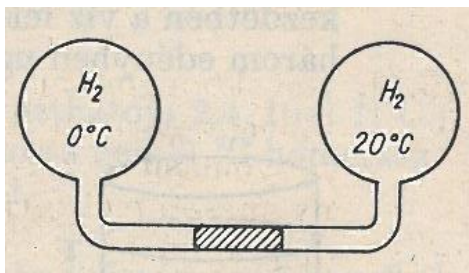
Így a 112,5 m-es mért hossz *valójában* $112,5 \text{ m} \cdot 1,00022 = 112,52475 \text{ m}$.

Abszolút hiba -2,475 cm. A relatív hibához ezt el kell osztani a pontos értékkel.

.30) Az ábrán látható három edényt 100 °C hőmérsékletű, azonos V térfogatú vízzel töltene meg. Hogyan változik a fenéknégyomás az egyes edényekben szobahőmérsékletre való lehűléskor, ha kezdetben a víz felszínének az edény aljától való h távolsága mindhárom edényben *ugyanakkora*? (**nem vált; csökken; nő**)



- Geometriával könnyen belátható, hogy a **felső víztükör felülete kezdetben a jobb oldali edényben a legnagyobb** és a középsőben a legkisebb.
- A **fenéknnyomások** a folyadék **magasságától** függenek (hiszen a sűrűségek mindenkor megegyeznek)
- A hűlés során minden pohárhól **ugyanakkora térfogat „tűnik el”** (a kezdeti azonos térfogat miatt).
- Ez a térfogatváltozás kezdeti felső víztükörfelületeknél fog hiányozni, és ezért a legkisebb magasságcsökkenést a jobb oldalon, a legnagyobbat középen okozza. Így **végül jobboldalt** lesz a legmagasabb a vízszint, a **legnagyobb fenéknnyomást** okozva, míg **középen** a legalacsonyabb, a **legkisebb fenéknnyomás** mellett.
- Ámde a **bal oldalon a hengerben nem lesz fenéknnyomás változás**, mert ott a végig a teljes folyadéksúly nehezedik változatlan fenékre.
- Így hát a jobb oldalon nő, középen csökken a fenéknnyomás.

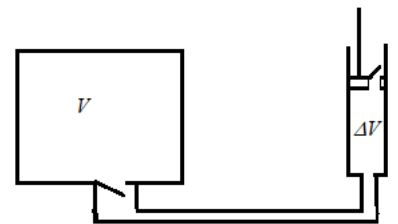


.31) Az ábrán látható két azonos térfogatú tartályt, melyeket vékony cső köt össze, hidrogéngázzal töltöttek meg. Az egyikben a hőmérséklet 0°C , a másikban $+20^\circ\text{C}$. Elmozdul-e a vízszintes csőben levő higanyoszlop, ha a hőmérsékletet mindkét tartályban 10°C -kal növeljük? **(balról jobbra)**

Rögzítsük először a *higanydugót a kiindulási helyzetben*, és az így fixált térfogatokban kialakult nyomásnövekedések arányát vizsgáljuk (Gay-

Lussac törvénye). Amelyik oldalon nagyobb arányban nőtt a nyomás, az a nyomás eltolja a dugót a másik irányba, ha a rögzítést feloldjuk.

.32) Dugattyús szivattyú hengerének térfogata ΔV . Határozzuk meg, hogy hány szívás után csökken a ritkítandó levegőt tartalmazó, $V=100\Delta V$ térfogatú edény nyomása p_0 -ról $p_0/1000$ -re! A szivattyúzás folyamatát tekintsük izotermikusnak, az alsó cső térfogatát hanyagoljuk el. **(695)**



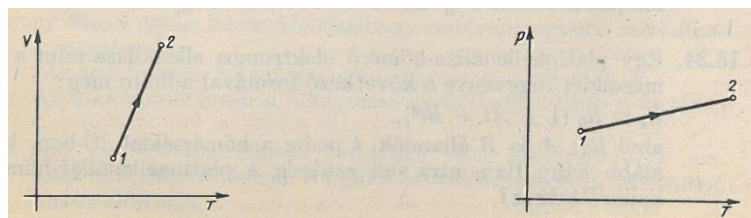
A dugattyú felhúzása előtti V térfogat izotermikusan $V+\Delta V$ -ra nő, így a nyomás szívásütemenként lecsökken $\frac{V}{V+\Delta V} = \frac{100}{101}$ -ed részére. (A dugattyú lenyomásakor a tartálybeli nyomás nem csökken, mert annak szelepe bezár, a levegő a dugattyú szelepeén távozik.)

n db ütem után a nyomás ezredrészére csökken: $\frac{1}{1000} = \left(\frac{100}{101}\right)^n$.

Az egyenlet számológépes próbálkozásokkal, vagy logaritmussal oldható meg.

Megjegyzés: A gyakorlatban sem az alsó cső elhanyagolása, sem pedig az izotermikus folyamat feltételezése nem teljesen helytálló.

.33) Nőtt vagy csökkent az ideális gáz nyomása abban a folyamatban, amelyet a diagramok 1-2 szakaszai ábrázolnak?
(csökkent; nőtt)



A V - T diagrammon az 1-es állapotban a V/T érték kisebb a 2-es állapotbelinél.

De az általános gáztörvény szerint a V/T hányados fordítottan arányos p -vel. (Az állandó nyomású folyamatok képe origín átmenő, $1/p$ meredekségű egyenes lenne.)

A p - T diagrammon az 1-es állapot a p/T értéke nagyobb a 2-es állapoténál.

Az általános gáztörvény szerint p/T fordítottan arányos V -vel.

.34) 110 liter térfogatú ballonban 0,8 kg hidrogén- és 1,6 kg oxigéngáz van. Mekkora a keverék nyomása, ha hőmérséklete $27\text{ }^{\circ}\text{C}$? **($1,02 \cdot 10^7\text{ Pa}$)**

A gázok móljainak száma számolható, összegük 450 mól.

A gázokra külön-külön felírt állapotegyenletekből (mindkét gáz a teljes térfogatban oszlik el, saját parciális nyomát létrehozva) a parciális nyomásokat kifejezzük, és összeadjuk.

.35) Számítsuk ki a normál állapotú ($101,3\text{ kPa}$, $273,15\text{ K}$) levegő sűrűségét, melyben a levegő tömegének $2/9$ része oxigén $7/9$ része nitrogéngáz! **($1,285\text{ kg/m}^3$)**

Az m tömegű levegőben lévő $2/9m$ tömegű oxigén a teljes térfogatban szétosztva, p_1 parciális nyomást létesít a V térfogatú edényben T hőmérsékleten: $p_1 = \frac{2}{9} \frac{m}{M_1} \frac{RT}{V}$.

A parciális nyomások összeadódnak és együtt adják a normál nyomást.

.36) A 100 liter térfogatú edényben 77°C -on $60,1\text{ g}$ etán és $29,04\text{ g}$ bután van. Mekkora a gáz nyomása? Mekkora az etán mólszázalékos aránya? **($72,8\text{ kPa}$; $80,1\text{ mol/mol\% etán}$)**

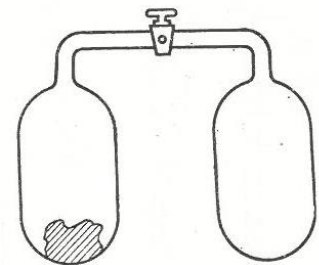
Mindkét gáz a teljes térfogatba egyenletesen oszlik szét, létrehozva az edény falára a saját parciális nyomását, melyek összeadódva adják az elegy teljes nyomását.

.37) A 25 literes gázpalack nitrogén – hidrogén gázelegyet tartalmaz. A gázelegy nyomása 15 MPa , hőmérséklete $27\text{ }^{\circ}\text{C}$ és tömege 3 kg . Állapítsuk meg, hogy 1000 nitrogénmolekulára hány hidrogénmolekula jut! **(447)**

Az elegyre felírt állapotegyenletből a két anyagmennyiség összege: $n_1 + n_2 = 150,27\text{ mol}$.

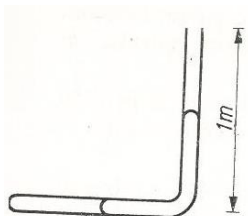
Az össztömegből a moláris tömegek segítségével: $n_1 \cdot 28\text{ g/mol} + n_2 \cdot 2\text{ g/mol} = 3000\text{ g}$

.38) Két $0,5\text{ literes}$ edényt csapos cső kapcsol össze. Az egyik edényben egy szivacs van 1 atm nyomású levegőben. A másik edény légüres. Ha a csapot kinyitjuk, és elég időt várunk, az összenyitott edényekben $0,45\text{ atm}$ lesz a nyomás. Mennyi a szivacs anyagának térfogata? **($1/11\text{ liter}$)**



A hosszú várakozás miatt van idő, hogy a gáz felvegye a környezet hőmérsékletét, ezért izoterm a változás.

($0,5\text{ liter} - V_{\text{szivacs}}$) térfogatú levegő tágul ($1\text{ liter} - V_{\text{szivacs}}$) térfogatúvá.



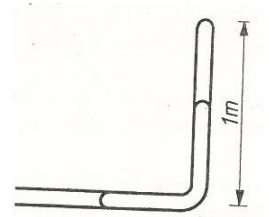
.39) Függőleges síkban álló, derékszögű üvegcső mindegyik szára 1 m hosszú, a felső vége nyitott. Mindegyik szár felét higany tölti meg. Mi történik, ha a csövet a függőleges síkban lassan, -90° -kal elfordítjuk? **($6,92\text{ cm}$ marad a zárt csőben)**

A gáz kezdeti nyomása számítható: $p_1 = p_0 + 0,5m \cdot \rho g = 168\text{ kPa}$

A végső nyomása összefügg a csőben maradó higanyoszlop x hosszával: $p_2 = p_0 - x \cdot \rho g$

Lassú folyamat, nem hőszigetelt edényben: izoterm.

.40) Függőleges síkban álló, derékszögű üvegcső mindegyik szára 1 m hosszú, az alsó vége nyitott. Mindegyik szár felét higany tölti meg. Mi történik, ha a csövet a függőleges síkban *lassan*, -90° -kal jobbra fordítjuk. **(86,5 cm lesz a zárt csőben)**



A gáz kezdeti nyomása számítható: számolható.

A végső nyomása összefügg a csőben maradó higanyoszlop x hosszával.

Lassú folyamat, nem hőszigetelt edényben: izoterm.

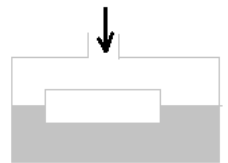
.41) Torricelli-kísérlethez használt vékony falú üvegcső hossza 100 cm, keresztmetszetének területe 1 cm^2 , tömege 136 g. A csőbe 1 atm mellett mért 24 cm^3 levegőt engedünk be. Milyen mélyen bemerülve úszik a cső a higanyban? **(88,9 cm bent)**

A csőre ható erők egyensúlyából a csőbeli nyomás adódik.

Ebből egyrészt a gáz izoterm változása miatt a levegőoszlop hossza, ...

...másrészt a csőbeli higanyszint magasságában vizsgált nyomásokból a két higanyszint különbsége adódik.

.42) $0,6 \text{ g/cm}^3$ sűrűségű fából készült téglatest vízen úszik. Mekkora fokozzuk a tartályban a víz fölött a levegő nyomását, hogy a téglatest félig bemerülve ússzon? **($154 \cdot 10^5 \text{ Pa}$)**



Az úszó test levegő és víz közegbe is merül, a felhajtóerő két részből áll (nagy levegősűrűségnél az ebből származó felhajtóerő is számottevő lesz).

A levegő mindenkorai sűrűsége (állandó T mellett) arányos az aktuális nyomásával.

.43) *Kísérleti célból, porkohászati úton készített villamos vezeték magja 2 mm átmérőjű acélhuzal, ezt veszi körül a 10 mm külső átmérőjű alumínium köpeny, amely fémesen kapcsolódik a maghoz. Mekkora a 100 m hosszú vezeték tágulása 36°F hőmérséklet-növekedés hatására? $\alpha_{Fe} = 7 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ \text{F}^{-1}$, $E_{Fe} = 2 \cdot 10^7 \text{ Ncm}^{-2}$, $\alpha_{Al} = 12 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ \text{F}^{-1}$, $E_{Al} = 0,7 \cdot 10^7 \text{ Ncm}^{-2}$. **(4,13 cm)**

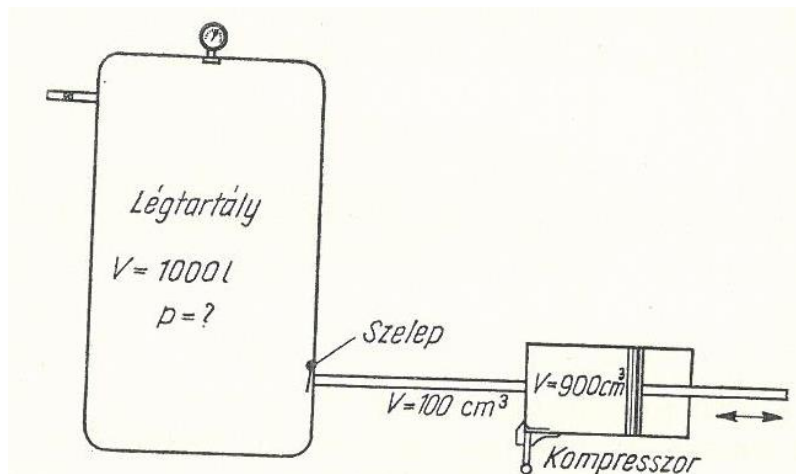
Útmutatás: Ha egy A keresztmetszetű, l kezdeti hosszúságú, hengeres szilárd test rugalmas alakváltozást szenved, akkor az F deformáló erő és a hatására létrejövő Δl , vele párhuzamos alakváltozása közötti kapcsolat (Hooke-törvény): $\frac{F}{A} = E \frac{\Delta l}{l}$ ami átrendezéssel $F = \frac{EA}{l} \Delta l$ alakú, és emlékeztet a rugó jól ismert a rugó $F = D \Delta l$ erőtvényére. (E neve Young-modulus, anyagi állandó.)

Ötlet: Tekintsük úgy, mintha kezdetben mindkét anyag egymástól függetlenül tágulna, majd az alumíniumot összenyomnánk (az acél miatt), az acélt megnyújtanánk (az alumínium miatt) annyira, hogy a hosszuk megegyezzen.

Az acél és alumínium tágulásai külön-külön $2,52 \text{ cm}$ és $4,32 \text{ cm}$ lennének.

Olyan rugalmas deformációk szükségesek ezt követően, hogy a kifejtett erők egyenlők legyenek.

.44) *Az ábrán egy kompresszor (légsűrítő) szerkezete látható. A $v=900\text{ cm}^3$ lökettérfogatú dugattyús munkahengert $w=100\text{ cm}^3$ -es holttér kapcsolja a $V=1000\text{ l}$ -es tartályhoz, amiben kezdetben $p_o = 1\text{ atm} = 10^5\text{ Pa}$ nyomású levegő van. A valóságos folyamatot közelítsük izoterm összenyomással! A külső légnyomás is $p_{oo} = \text{atm}$.



.a) Határozzuk meg az elérhető maximális nyomást! (**10 atm**)

.b) Excel táblázattal jól követhető, az egyes lépések utáni aktuális nyomás.

Mekkora lesz a nyomás a tartályban a dugattyú 1000-szeri benyomását követően? (**1,856 atm**)

.c) Rajzoltassuk meg az Excellel a nyomás függését az elvégzett ütemek darabszámától függően, és figyeljük meg, milyen lassan nő a nyomás!

A dugattyú valamely benyomása előtt a tartály szelepe zárva van, a v térfogatú munkahenger és a w térfogatú holttér pedig normál nyomású (1 atm) levegővel van tele. Az összenyomódási folyamat során valamikor kinyit a tartály szelepe.

A tartályban lévő levegő eredeti anyagmennyisége és a $w+v$ térfogatú, eredetileg normál nyomású levegő anyagmennyiségé végül a $V+w$ térfogaton lesz jelen, miközben a nyomás a tartályban p -ról p' -re nő:

$$\left(\frac{pV}{RT} + \frac{p_{oo}(v+w)}{RT}\right) = \frac{p'(V+w)}{RT}. \text{ Ebből } p' = p \frac{V}{V+w} + p_{oo} \frac{v+w}{V+w} = p \frac{1000}{1000,1} + p_{oo} \frac{1}{1000,1}.$$

Tehát **egy benyomás során** a tartálybeli nyomás $p' - p = \Delta p = p \frac{-0,1}{1000,1} + p_{oo} \frac{1}{1000,1}$ -al nő.

Kezdetben $p=p_{oo}$, az **elején** a Δp nyomásváltozás pozitív, **a nyomás nő**.

Ahogy a tartálybeli p nyomás egyre nagyobb lesz, a negatív előjelű tag abszolútértéke kezdi megközelíteni a hátsó tagot, így a későbbiekben a nyomás növekedése ütemenként egyre kisebb.

Ha a nyomás elér egy maximális p^{max} értéket, akkor a következő ütemben már nem nő, a változás 0 lesz:

$$p^{max} \frac{-0,1}{1000,1} + p_{oo} \frac{1}{1000,1} = 0. \text{ Ebből } p^{max} = 10p_{oo}.$$

.45) A kerékpár teljesen leeresztett gumijának pumpálásakor a pumpa dugattyúja az út felét teszi meg addig, amíg a szelep kinyit. A felpumpált gumi pumpálásakor a szelep a dugattyú útjának $\frac{3}{4}$ -énél nyit ki.

.a) Mekkora a nyomás a gumiban, ha a folyamat izotermikus? (**$3 \cdot 10^5\text{ Pa}$**)

.b) Mit mutat a nyomásmérő, ha megmérjük vele a felfújt gumi nyomását? (**2 atm**)

.c) Miért látszik „laposabb”nak a gumi, ha a biciklire nagyobb súlyú ember ül fel? Nő-e ilyenkor a nyomás a gumiban? (-)

.a) 1 atm külső (és a pumpa karjának felhúzása után a pumpa hengerében lévő) nyomás esetén a szelepnnyitás 2 atm-nál történik. Mivel a leeresztett gumiban 1 atm van, ezért a szelep (rugójának, gumijának) nyitása 2 atm -1 atm = 1 atm kívülről érkező túlnyomást igényel.

A már felfújt guminál a nyitáskor a pumpa hengerében 4 atm van, amiből 1 atm a szelepet nyitja, 3 atm pedig a belső nyomással tart egyensúlyt.

.b) A nyomásmérő mindig a külső nyomáshoz tartozó belső túlnyomást mutatja.

.c) A gumi nyomása az állandó térfogat miatt nem nő, de a nagyobb nyomóerő biztosításához nagyobb érintkező felület szükséges, ezért lapul hozzá jobban a talajhoz a gumi.

.46) *Egy teljesen leeresztett (benné a nyomás $p_o = 1 \text{ atm}$, a normál nyomás) gumiköpenyt igyekszünk felpumpálni. A szelep nyitásához állandó nagyságú külső túlnyomás szükséges. A gumiköpeny térfogatát állandónak tekintjük. A pumpánk belső térfogata $0,35 \text{ liter}$. A pumpa dugattyúját *gyorsan* nyomjuk le, az ilyenkor (adiabatikus állapotváltozás) a folyamat során $pV^{1,4}$ állandó marad (közben az összenyomott levegő felmelegszik).

Az első gyors lenyomáskor a szelep a dugattyú útjának felénél nyitott ki. Összesen 49-szer nyomtuk le a dugattyút. Ezután hosszú szünetet tartottunk, majd végül még egyszer lenyomtuk a dugattyút. Ekkor a szelep a dugattyú útjának háromnegyedénél nyitott.

.a) Mit mutatott volna a gumira kapcsolt nyomásmérő közvetlenül az 50. lenyomás előtt? **(4,325 atm)**

.b) Mekkora a gumi térfogata? **(3,97 liter)**

.a) Az első szelepnitáskor a pumpabeli nyomás $2^{1,4} \text{ atm} = 2,639 \text{ atm}$ volt, ezért a szelep $1,639 \text{ atm}$ -val nyitható.

Az 50. szelepnitáskor a pumpában lévő nyomásból ezt levonva, adódik a gumibeli nyomás.

A nyomásmérő 1 atm-val kevesebbet mutat.

.b) 49 alkalom mindegyikében ugyanannyi, összesen tehát $n' = 49 * (p_o * 0,35 \text{ liter}) / RT$ anyagmennyiségű levegő jutott abba a gumiba, amiben eredetileg $n = p_o * V / RT$ anyagmennyiségű levegő volt.

Az állandó V térfogatú gumiban a környezet T hőmérsékletére visszahűlt levegőmennyiség esetén a nyomása az anyagmennyiséggel egyenesen arányos. Így $\frac{5,325 \text{ atm}}{1 \text{ atm}} = \frac{n' + n}{n} = \frac{49 \cdot 0,35 \text{ liter} + V}{V}$.

.47) *Léggömböt készítünk, melynek anyaga $m = 27 \text{ kg}$ tömegű, térfogata pedig $V = 113 \text{ m}^3$. A tengerszinten megtöltjük a léggömböt hidrogénnel. Itt a levegő sűrűsége $\rho = 1,3 \text{ kg/m}^3$, a hidrogéné $\rho' = 0,09 \text{ kg/m}^3$.

A hőmérsékletét tekintjük állandónak minden magasságban. A levegő összenyomhatósága miatt felfelé haladva a nyomás és a sűrűség nem lineárisan csökken, hanem exponenciálisan, 5400 méterenként feleződik.

A léggömb háromféle is lehet:

.A) ...zárt, és merev falú.

.B) ...zárt, de térfogata nőhet úgy, hogy a külső és belső nyomás mindenkor állandó.

.C) ... merev falú, de alul egy olyan szelep zárja le, mely bármelyik oldali nyomásnövekedésre kinyit, lehetővé téve a hidrogén és levegő ki-be áramlását, de egyébként nem engedi keveredni a kinti és benti gázt.

Az alábbi kérdésekre keressük a választ minden fenti esetben:

.a) Mekkora a léggömb emelő ereje a tengerszinten? **(1.097 N)**

.b) Mekkora az emelő erő 5000 m magasságban? **(A: 401 N; B: 1.097 N; C: 450 N)**

.c) Legfeljebb milyen magasra emelkedhetne a léggömb, ha szabadon engednénk?

(A: 10.700 m, B: szétduzzanna; C: 12.600 m)

.d) Miután engedjük 5000 m magasságba jutni, a léggömböt lehúzzuk 3000 m magasságba. Hogyan változik a léggömb emelő ereje? **(A: 628 N, B: 1.097 N; C: 450 N)**

A levegőben ébredő felhajtóerő emeli, de a léggömb anyagára és a gáztöltetre ható nehézségi erő lefelé húzza. A tömegek az aktuális sűrűségekből és térfogatból számolhatók.

A tengerszinten: $F(0) = V\rho g - V\rho'g - mg$.

.A) esetben az emelkedéskor az emelő erőnek csupán az első (felhajtóerő) tagjában lesz változás, mert

h magasságban a levegő sűrűsége $x(h) = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{h}{5400 \text{ m}}}$ -szeresére csökken.

A maximális magasság akkor következik be, amikor az emelő erő 0 lesz.

.B) esetben h magasság esetén a nyomás kint és bent is, továbbá a gázsűrűségek is $x(h)$ -szeresére csökkennek.

A hidrogén izoterm tágulása miatt a térfogat $1/x(h)$ -szeresére nő, így a *felhajtóerő változatlan*.

De a hidrogén súlya sem változik (bár térfogata nő, de sűrűsége csökken).

Az emelő erő $F(h) = \frac{V}{x(h)} [\rho \cdot x(h)]g - \frac{V}{x(h)} [\rho' \cdot x(h)]g - mg$, független a magasságtól.

Szabadon engedve egyre nagyobb magasságba jutva, egyre nagyobb térfogatú lesz, végül az anyaga nem bírja a megnyúlást, és szétrobban.

.C) esetben **felfelé mozgáskor** h növekedésekor a kinti csökkenő nyomás miatt az állandó térfogatú ballonnál a *hidrogén egy része kiáramlik*, miközben mindkét gázsűrűség azonos arányban csökken.

Az emelő erő $F(h) = V[\rho \cdot x(h)]g - V[\rho' \cdot x(h)]g - mg = V(\rho - \rho')gx(h) - mg$ exponenciálisan csökken, a maximális magasságban 0-vá válik.

Ha a léggömb **lefelé kezd mozogni**, akkor a kinti nyomásnövekedés **levegőt présel a léggömbbe** a hidrogén mellé!

$h_1=5000\text{ m}$ -ről $h_2=3000\text{ m}$ -re mozgatva a léggömböt, a benti hidrogénnyomás megnő $x(h_2)/x(h_1)$ arányban így térfogata lecsökken $x(h_1)/x(h_2)$ arányban (ha nem keveredne a bejövő levegővel). Így a megüresedett $V[1-x(h_1)/x(h_2)]$ térfogatot $\rho x(h_2)$ sűrűségű levegő tölti ki.

Az emelő erő $F(h) = V[\rho x(h_2)]g - \left[V \left(1 - \frac{x(h_1)}{x(h_2)} \right) \right] [\rho x(h_2)]g - \left[V \frac{x(h_1)}{x(h_2)} \right] [\rho' x(h_2)]g - mg$.

Rendezve, és összevonva: $F(h) = V\rho x(h_2)g - V\rho' x(h_2)g - mg$. **Független h_2 -től, és ugyanaz mint a legnagyobb h_1 magasságban volt**, azaz lefelé húzva a léggömböt, a léggömb emelő ereje (és a gömböt lefelé húzó) erő nem változik!

Hát persze! Ha a bent maradt hidrogént egy zsákkal korulvennénk, akkor a lefelé húzáskor a B) és C) esetek ugyanazok, és a B) esetben sem változott az emelő erő lefelé húzáskor.

.48) *A hőlégballon alul nyitott. Méretét és alakját tekintjük állandónak. Alsó nyílásánál melegítve, a benne lévő levegő sűrűsége csökken, így az Archimédész-törvény szerint *felhajtó erő hat rá*.

A *belső meleg levegő nyomása azonban a nyitott szájnál mindig megegyezik a külső hideg levegő légköri nyomásával*.

.a) Mi tartja ezt a léggömböt a levegőben, amikor a léggömb tetejére kívül-belül ugyanaz a nyomás hat?

(*Útmutatás: Az állandó hőmérsékletű gázokban a nyomás felfelé exponenciálisan csökken a barometrikus*

magasságformula szerint: $p(h) = p_0 e^{-\frac{Mgh}{RT}}$ módon, ahol a p_0 a nyomás $h=0$ szinten, M a gáz moláris tömege, T az abszolút hőmérséklet R az általános gázállandó.)

.b) Egy közepes hőlégballon gömb alakú, átmérője 20 méter, benne a meleg levegő hőmérséklete 90°C , míg kívül 0°C van. A nyomás 10^5 Pa .

A számolás egyszerűsítése miatt a gömb alak helyett tekintjük a ballon alakját egy 15 m átmérőjű, 20 m magas hengernek. Becsüljük meg, mekkora emelő erő hat a hőlégballonra. Vessük össze becsülésünket azzal, hogy egy ilyen méretű ballon általában 4 embert tud szállítani. **(11.170 N)**

.a) A ballonban és rajta kívül is ugyanaz a levegő van, de a különböző hőmérsékletek miatt a nyomáscsökkenés felfelé haladva nem azonos, a képlet szerint a magasabb hőmérsékleten kisebb a kitevő abszolútértéké, felfelé haladva lassabb a csökkenés, így a ballon tetejénél belül nagyobb a nyomás.

.b) A képletekbe helyettesítve az adatokat adódik a nyomáskülönbség ($63,2\text{ Pa}$), ami a henger felső lapjánál nyomóerő-különbséget okoz.

A kapott 11.170 N emeli fel a 1.117 kg tömegű terhet. Ebből 4 személy nem több 400 kg-nál, a többi a ballon és kosár és a fém gázpalackok tömege lehet.

.49) Számítsuk ki az ideális gáz térfogati hőtágulási tényezőjét állandó nyomáson! (1/T)

Írjuk fel a gáztörvényt a folyamat elején és végén, majd vonjuk ki őket egymásból.

.50) *A szilárd testek lineáris hőtágulási együtthatója nem csak az anyagi minőségtől, hanem kis mértékben a kezdeti hőmérséklettől is függ.

.a) Milyen kapcsolat van a t_1 és t_2 hőmérsékletekhez tartozó α_1 és α_2 hőtágulási együtthatók között?

(Útmutatás: Egy rudat t_1 hőmérsékletéről melegítsünk t_2 hőmérsékletre, majd t_2 -ről hűtsük vissza t_1 hőmérsékletre!) [$\alpha_1 - \alpha_2 = \alpha_1 \alpha_2 (t_2 - t_1)$]

.b) Hány százalékkal különbözik egymástól a két érték, ha a két hőmérséklet különbsége 100 °C és a hőtágulási együttható $10^{-5} 1/^\circ\text{C}$ nagyságrendű? (kb. 0,1%-kal)

.a) Az útmutatás szerint a felmelegítéskor a hossz megszorozódik $(1 + \alpha_1 \Delta t)$ -vel, majd a lehűtéskor $(1 - \alpha_2 \Delta t)$ -vel, így végül az eredeti hosszat kapjuk. Egyszerűsítsünk $\Delta t = t_2 - t_1$ -gyel. Adódik: $t_2 - t_1 = \frac{1}{\alpha_2} - \frac{1}{\alpha_1}$.

.b) $(\alpha_1 - \alpha_2)/\alpha_1 = \alpha_2(t_2 - t_1) = 10^{-3}$.